

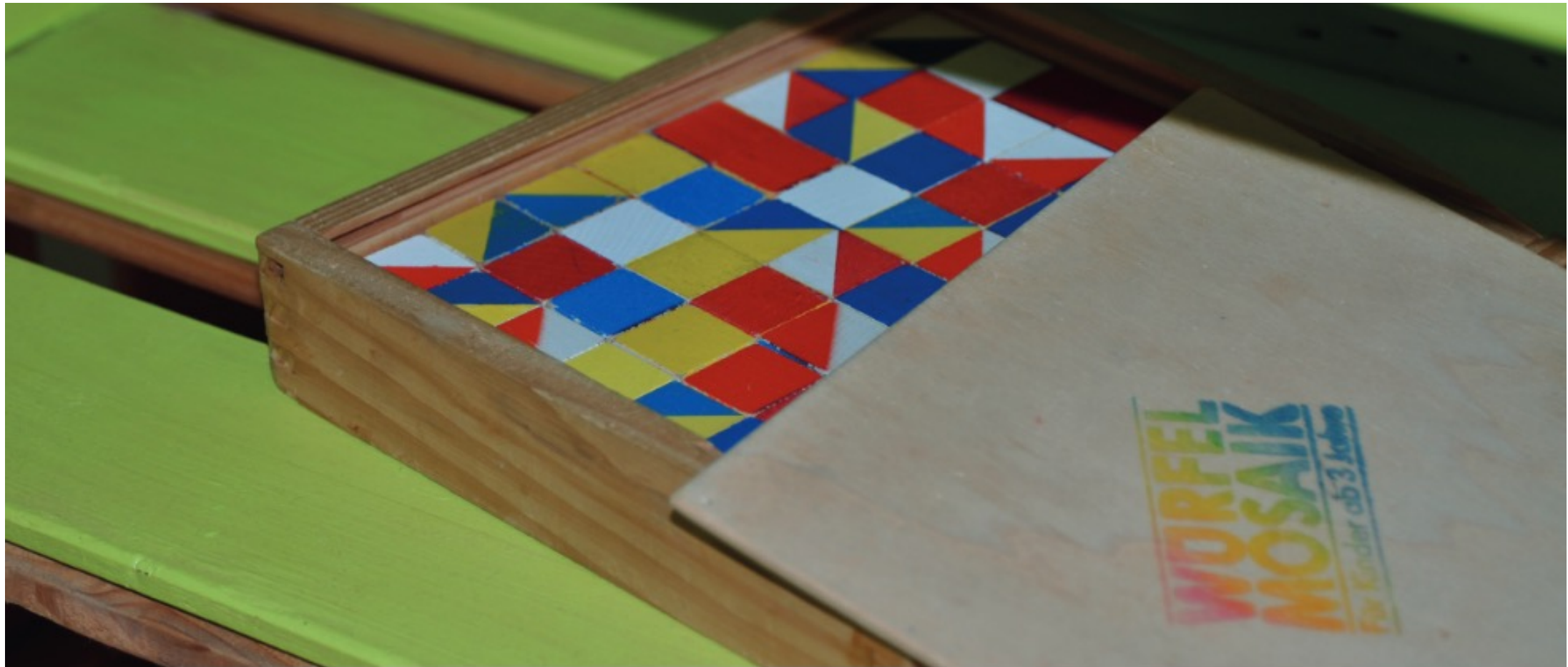
Frühes mathematisches Lernen in der Praxis

Esther Brunner, PHTG

Thurgauische Kindergartenkonferenz, 24.4.2024, Sulgen



... an die Studienteilnehmenden
... an den Vorstand der TKK
... ans AV



Mathematisches Tun in der
Schuleingangsstufe (MaTiES)



Übersicht

- > Zwei unterschiedliche Konzepte der frühen (mathematischen) Bildung
 - Zwei unterschiedliche Sichtweisen und ihre Chancen und Grenzen
 - Eine Balancierung: Ein Beispiel

- > Vorherrschendes Konzept bei uns
 - Was ist damit genau gemeint?
 - Was machen die Kindergartenlehrpersonen im Kanton Thurgau dazu?

- > Ausblick
 - Nächste Datenerfassung in MaTiES





Zwei unterschiedliche Sichtweisen



Konzepte früher (mathematischer) Bildung

Sarama & Clements (2009)

- > Berücksichtigen Entwicklungsvoraussetzungen der Kinder
 - Empirisch gut erforscht

- > Transportieren die jeweiligen gesellschaftlich-normativen Ziele von Bildung / einer Bildungsstufe
 - Gesellschaftliche Festlegung



Zwei Sichtweisen

Brunner (2022), Jegodtka et al. (2022), Brunner & Lenzner (eingereicht)

«Readiness for school»

- Verbreitet in USA, Südamerika, Asien
- Ziel ist Vorbereitung auf Schule, schulisches Lernen
- Instruktionaler Charakter, Anleitung, gezielte Förderung
- Vorschulmaterialien (Trainingsprogramme, Arbeitsblätter, usw.)

«Sozial-pädagogische Institution mit Bildungsauftrag»

- Verbreitet in CH, D, NL, Skandinavien, usw.
- Ziel ist in Spiel und Alltag integrierte frühe Bildung
- Individualisierter Charakter, situationsbezogene Unterstützung
- Spiel, Spielmaterial, alltagsbezogenes Material, Naturmaterialien



Zwei Sichtweisen: Balancierung

Brunner (2022), Jegodtka et al. (2022), Brunner & Lenzner (eingereicht)

«Readiness for school»

- Verbreitet in USA, Südamerika, Asien
- Ziel ist **Beginn kumulatives Lernen**
- Instruktionaler Charakter, **Anleitung, gezielte Förderung**
- Vorschulmaterialien (Trainingsprogramme, Arbeitsblätter, usw.)

«Sozial-pädagogische Institution mit Bildungsauftrag»

- Verbreitet in CH, D, NL, Skandinavien, usw.
- Ziel ist **in Spiel und Alltag integrierte** frühe Bildung
- Individualisierter Charakter, **situationsbezogene Unterstützung**
- Spiel, Spielmaterial, alltagsbezogenes Material, Naturmaterialien



Umsetzung 1: Bilderbücher

Gezielte, alltagsbezogene Förderung



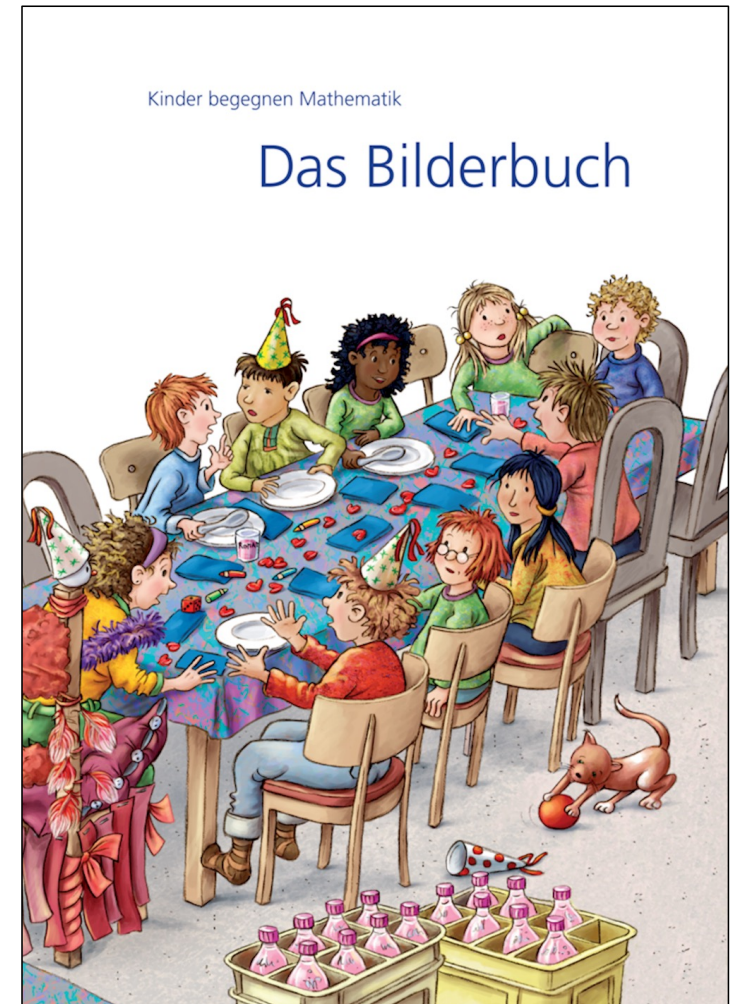
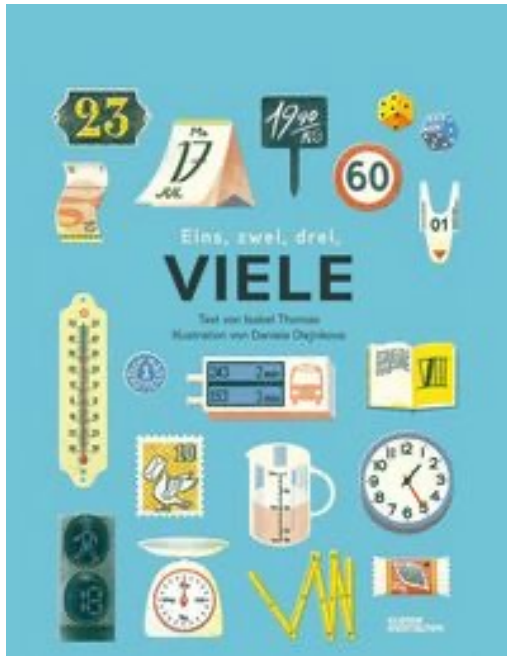
<https://www.youtube.com/watch?v=ktlBpoGfdgI>



Unterschiedliche Arten von Bilderbüchern

Björklund & Palmer (2022)

- > Reguläre Bilderbücher
- > Bilderbücher extra für Mathematik entwickelt



Umsetzung 2: Lernumgebungen

Ausgearbeitete Unterrichtsvorschläge



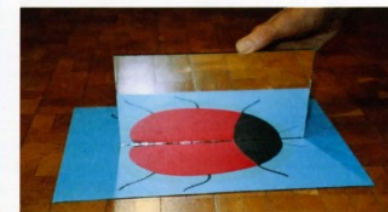
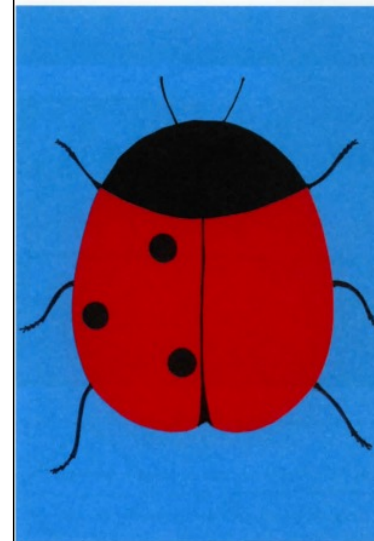
Zaubereien mit dem Spiegel

Die Kinder betrachten gemeinsam mit der Lehrperson ein Bild mit einem Marienkäfer darauf (Abb. 1). Es ist ein besonderer Käfer: Er hat nur auf einem Flügel Punkte. Darüber ist er natürlich traurig, denn er ist der einzige Käfer weit und breit, der so aussieht. Er möchte nicht als einziger Marienkäfer so aussehen.

Können wir ihm mit einem Spiegel helfen?

Ein grosser Spiegel wird auf unterschiedliche Arten so auf das Bild mit dem Käfer gestellt, dass ganz verschiedene Bilder entstehen: ein Käfer mit Punkten auf beiden Flügeln, zwei Käfer mit Punkten auf einem Flügel, ein Käfer ohne Punkte...

Die Kinder machen die Entdeckung, dass sie mit dem Spiegel ein Bild oder einen Gegenstand verdoppeln oder auch sonst verändern können.





Vorherrschendes Konzept bei uns und Prinzipien früher mathematische Bildung

Zwei Sichtweisen

Brunner (2022), Jegodtka et al. (2022), Brunner & Lenzner (eingereicht)

«Readiness for school»

- Verbreitet in USA, Südamerika, Asien
- Ziel ist Vorbereitung auf Schule, schulisches Lernen
- Instruktionaler Charakter, Anleitung, gezielte Förderung
- Vorschulmaterialien (Trainingsprogramme, Arbeitsblätter, usw.)

«Sozial-pädagogische Institution mit Bildungsauftrag»

- Verbreitet in CH, D, NL, Skandinavien, usw.
- Ziel ist in Spiel und Alltag integrierte frühe Bildung
- Individualisierter Charakter, situationsbezogene Unterstützung
- Spiel, Spielmaterial, alltagsbezogenes Material, Naturmaterialien

Prinzipien früher mathematischer Bildung

(Gasteiger, 2016)

- > Sachgerecht
- > Kindgemäss
- > Anschlussfähig



Prinzipien früher mathematischer Bildung

(Gasteiger, 2016)

- > Sachgerecht
- > Kindgemäss
- > Anschlussfähig

- > Was bedeutet das?



Sachgerecht heisst....

Nicht alles, was man zählen kann, zählt – aber zählen ist auch nicht alles!

- > Vom Fach und seiner Struktur aus gedacht
- > Mathematik beinhaltet verschiedene Inhaltsbereiche, die alle wichtig sind:
 - Zahl & Variable
 - Form & Raum
 - Grössen
 - Funktionen
 - Daten und Zufall

		Kompetenzbereiche		
		Zahl und Variable	Form und Raum	Grössen, Funktionen, Daten und Zufall
Handlungsaspekte	Operieren und Benennen			
	Erforschen und Argumentieren			
	Mathematisieren und Darstellen			

Kompetenzmodell Mathematik (Amt für Volksschule des Kantons Thurgau, 2016, S. 6)



Mathematische Grundtätigkeiten und Handlungsaspekte

Mathematische Grundtätigkeiten

- Vergleichen
 - Ordnen
 - Zuordnen
 - Klassifizieren
-
- Strukturieren, zählen
 - Operieren, konstruieren
 - Variieren (verändern)
 - In Beziehung setzen



Mathematische Grundtätigkeiten und Handlungsaspekte

Mathematische Handlungsaspekte

- Operieren
- Benennen
- Erforschen
- Argumentieren
- Mathematisieren
- Darstellen

		Kompetenzbereiche		
		Zahl und Variable	Form und Raum	Größen, Funktionen, Daten und Zufall
Handlungsaspekte	Operieren und Benennen			
	Erforschen und Argumentieren			
	Mathematisieren und Darstellen			



Prinzipien früher mathematischer Bildung

(Gasteiger, 2016)

- > Sachgerecht
- > **Kindgemäss**
- > Anschlussfähig

- > **Was bedeutet das?**



Kindgerecht, aber nicht kindlich

Handeln und sprechen

> Mathematisches Tun in Alltagssituationen / natürlichen Lernsituationen

(Gasteiger, 2010)

> Mathematisches Tun im Spiel

(z. B. Gasteiger, 2013, 2014; Hauser et al., 2015)

mit individuell-adaptiver Lernbegleitung (z. B. Wullschleger, 2017)

> Mathematisches Tun mit Bilderbüchern

(z. B. Björklund & Palmer, 2022; Elia et al., 2010; van den Heuvel-Panhuizen & van den Boogaard, 2008)

> Mathematisches Argumentieren mit Handpuppen

(Brunner, 2018, 2019, 2021)

Siehe Tagung «Mathematisches Argumentieren» vom 20.11.24, PHTG

>



Mathematisches Tun in Alltagssituationen

Vergleichen, ordnen, zuordnen, klassifizieren



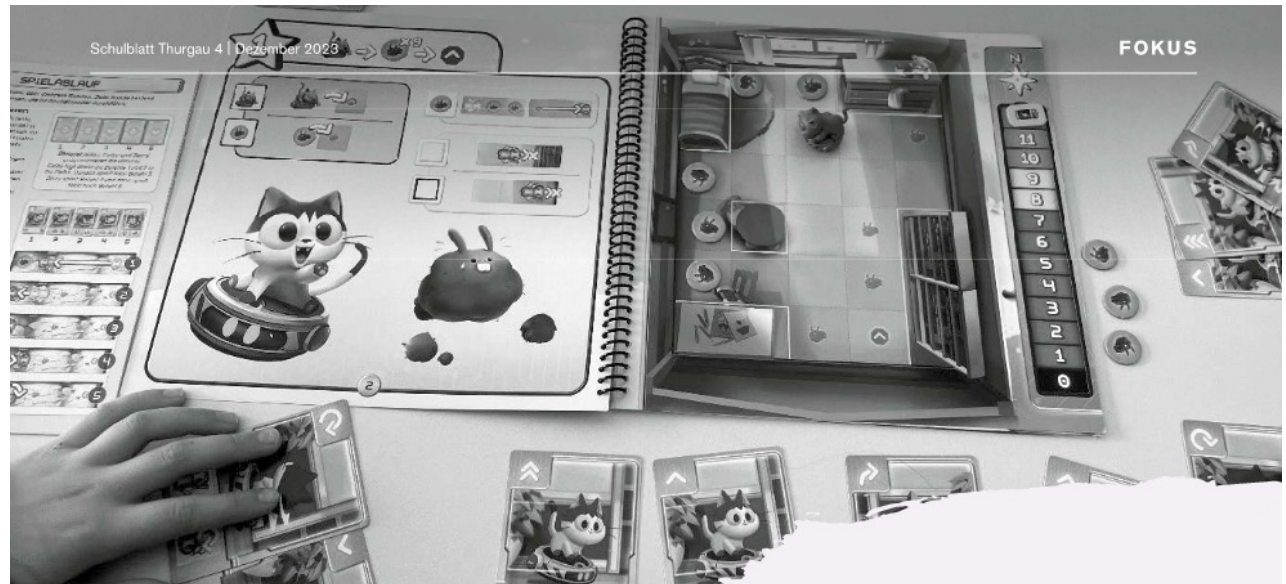
Mathematisches Tun im Spiel

Situativ oder geführt



Materialien

- > BBF Fördertasche «Brettspiele» für Kindergarten vorhanden (vgl. Gestaltungsmuster 2)



Was bringt es?

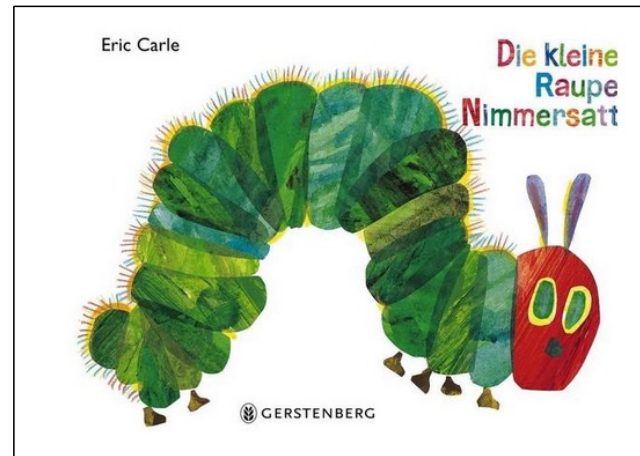
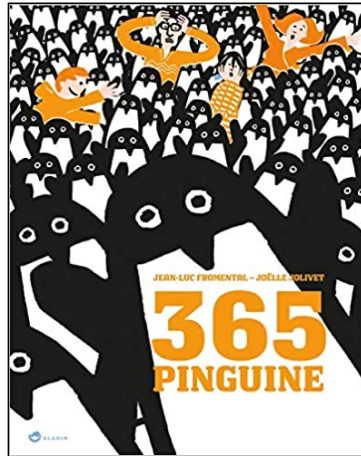
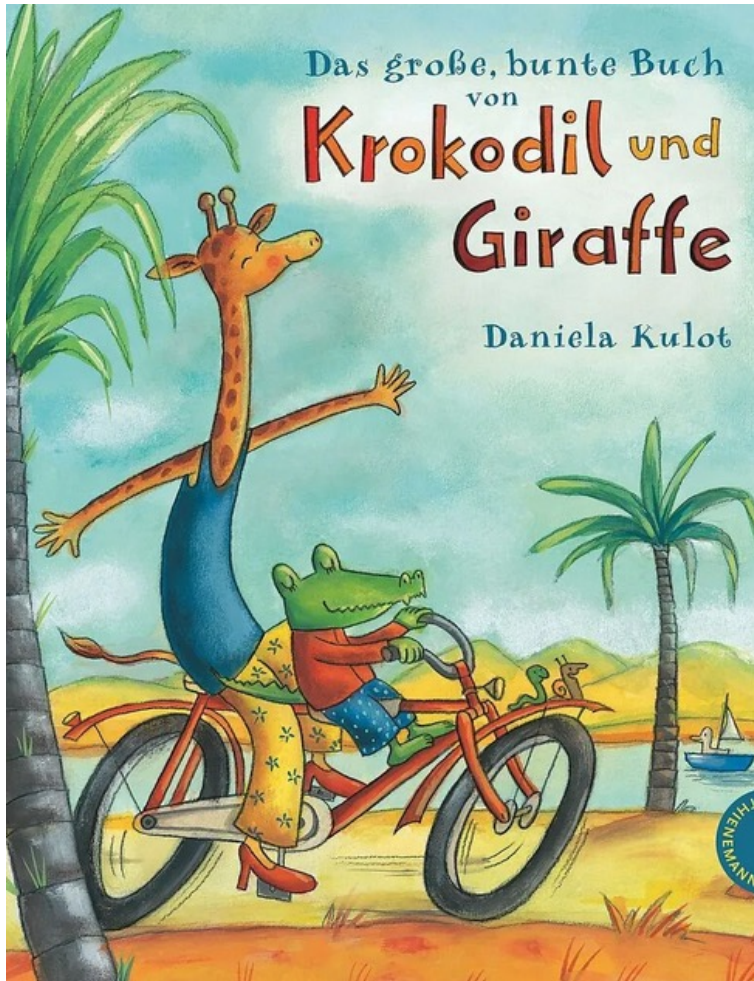
z. B. Gasteiger & Moeller (2021)



- > Spielen konventioneller Brettspiele fördert Erwerb früher numerischer Kompetenzen
- > Positive Effekte bei Kindern aus IG noch 1 Jahr nach der Intervention messbar
- > Befunde decken sich mit anderen Studien (z. B. Stebler et al., 2013)

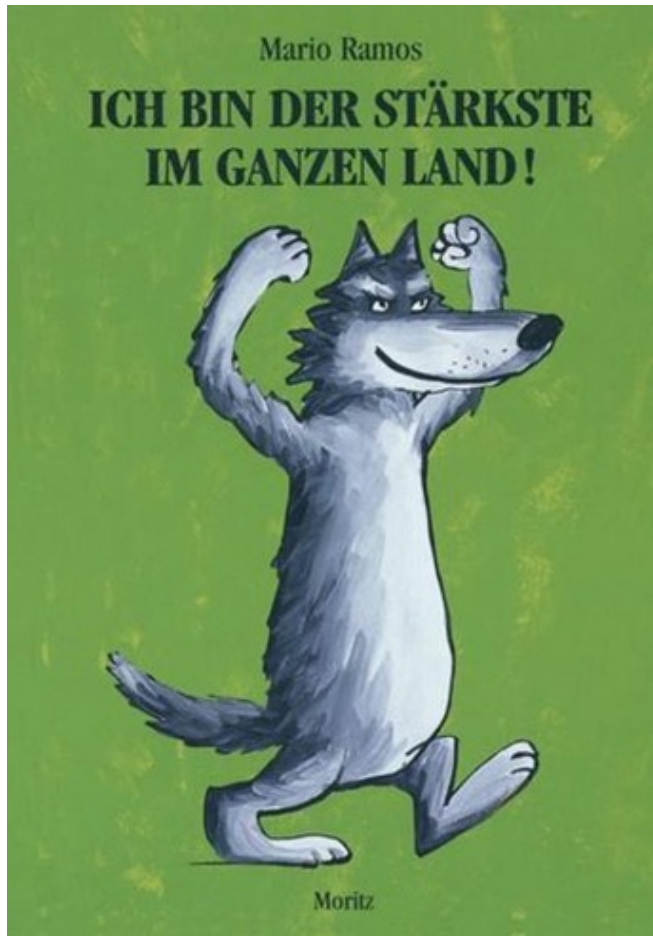


Mathematisches Tun mit Bilderbüchern



Bearbeitung von Längen mit Bilderbüchern

Brunner (2016), Umsetzung J. Baumgartner



Unterrichtsvorschlag publiziert in 4-8

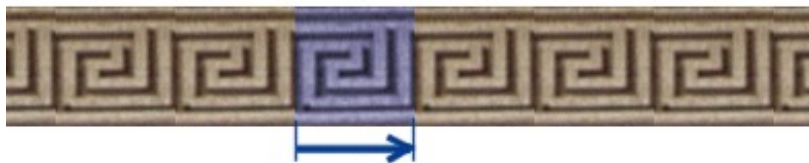


Bearbeitung von Mustern

Bandornamente

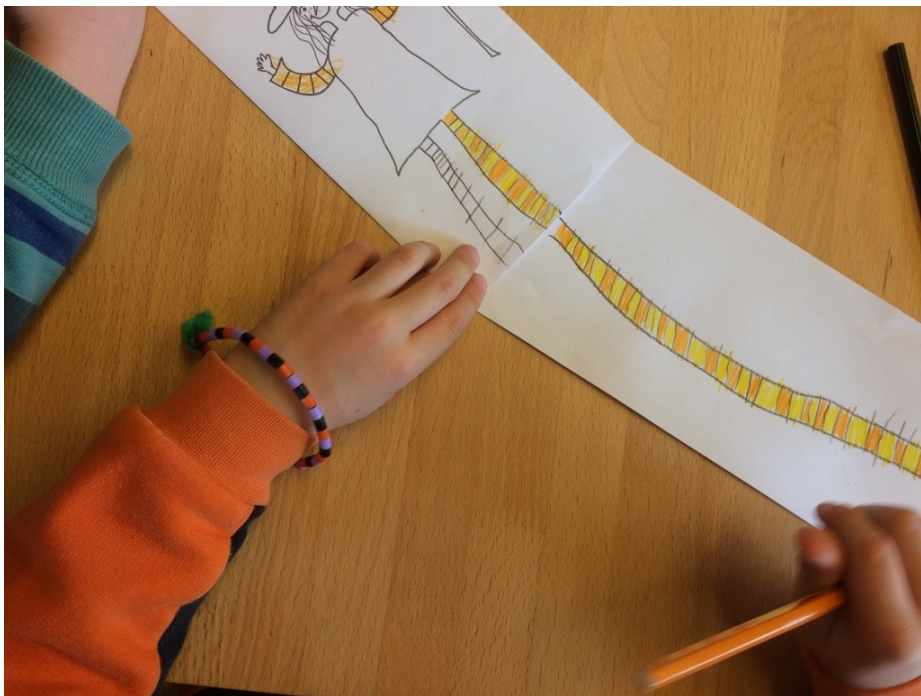
> Bandornamente: Wiederholung und Aneinanderreihung eines Grundmusters (Motiv)

- Durch Verschiebung
- Durch Achsenspiegelung
- Durch Drehung
- Durch Schubspiegelung
- Durch Kombinationen davon
- ...



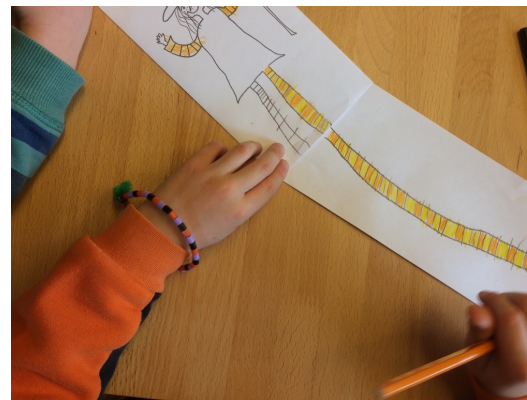
Zilly, die Zauberin

Umsetzung V. Esposito



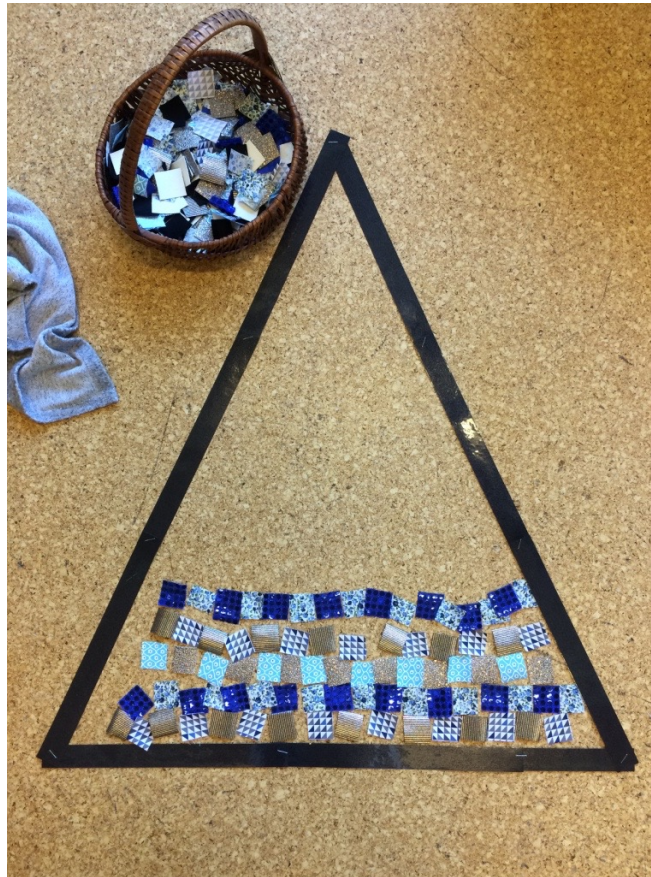
Im Musterland

Eine Umsetzung von V. Esposito



Draussen und drinnen

Umsetzung von V. Esposito



Ausblick Bilderbücher

> BA-Arbeiten und Forschungsprojekt: Analyse von Bilderbüchern

- Mathematische Inhalte?
- Mathematische Prozesse?
- Fehlkonzepte, mathematisch falsche Darstellungen/Verwendungen



Prinzipien früher mathematischer Bildung

(Gasteiger, 2016)

- > Sachgerecht
- > Kindgemäss
- > Anschlussfähig

- > Was bedeutet das?

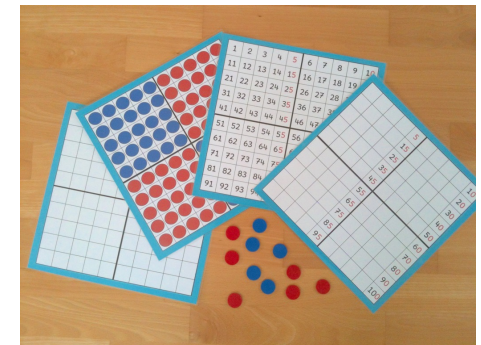


Anschlussfähig

> **Inhaltlich und fachlich:** Fachlich korrekt, Kompetenzmodell und mathematische Handlungsaspekte in verschiedenen Inhaltsbereichen

		Kompetenzbereiche		
		Zahl und Variable	Form und Raum	Größen, Funktionen, Daten und Zufall
Handlungsaspekte	Operieren und Benennen			
	Erforschen und Argumentieren			
	Mathematisieren und Darstellen			

> **Arbeitsmittel:** Tragfähige Veranschaulichungen und Materialien zum Handeln und Denken



> **Begrifflichkeiten:** Durchgängige Begrifflichkeiten, konsistente Verwendung (Bsp.: «Quadrat»)



Fachlich nicht anschlussfähig

> DAS Dreieck...

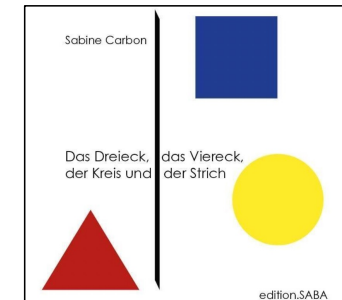
- Es gibt verschiedene Dreiecke...

> «Null ist nichts»

- Null ist eine Zahl (und eine Ziffer)
- «Null ist der Anfang von allem»

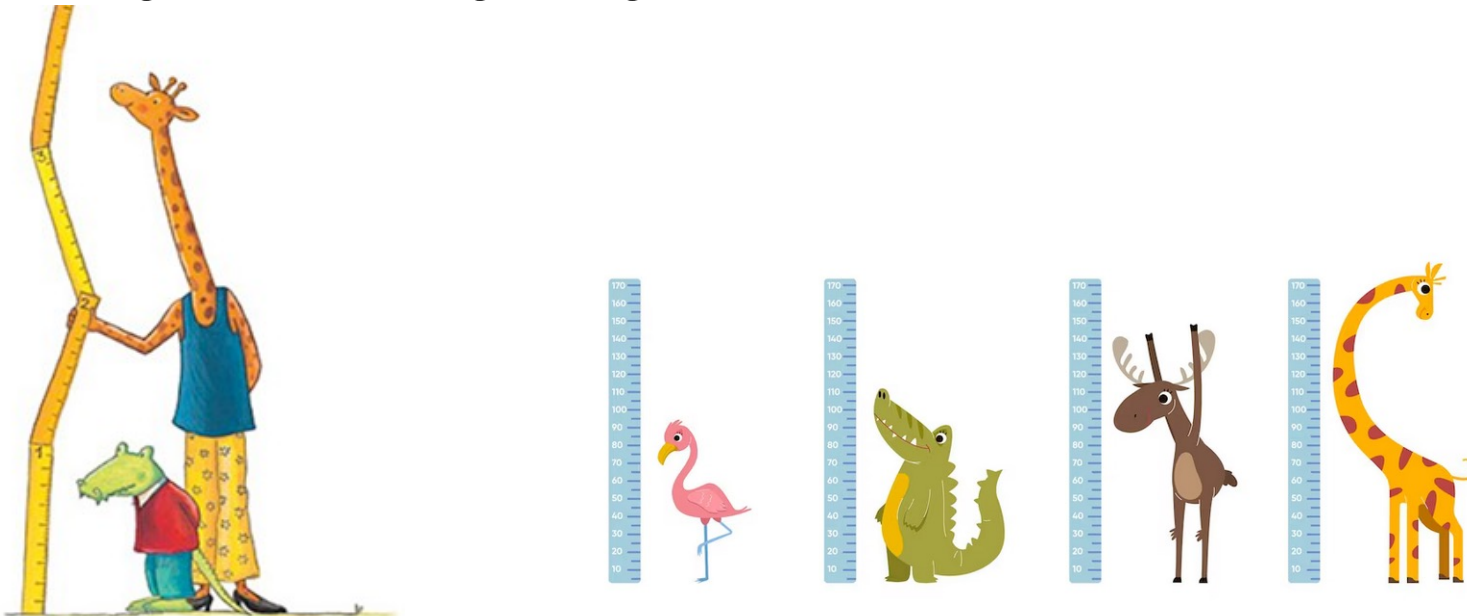
> «Die Zwei sagt alles zweimal und die Vier hat Fieber...» (siehe «Zahlenland»)

- Dann sagt die Vier alles viermal und wird davon krank??!



Problem von fehlender Anschlussfähigkeit

- > Fehlvorstellungen oder unzureichende mathematische Konzepte in der Handlung des Bilderbuchs
(z.B. Fehlen der Null oder Null nur kardinal als «nichts» dargestellt)
- > Fehlvorstellungen durch ungünstige Illustrationen



Prinzipien früher mathematischer Bildung

(Gasteiger, 2016)

- > Sachgerecht
- > Kindgemäss
- > Anschlussfähig





Frühe mathematische Bildung im Thurgau

Erste – noch unveröffentlichte –
Ergebnisse



Vorbemerkungen

Übersicht zur Studie

> Studie

- > Langzeitstudie, 2-jährliche Erhebungen geplant, Laufzeit 2023-2033
- > Finanzierung: AV Kanton Thurgau, PHTG
- > Projektleitung: Esther Brunner, PHTG
- > Projektmitarbeit: Bettina Lenzner, PHTG

> Design Befragung

- > Online-Befragung aller Lehrpersonen des Kindergartens Kanton TG
- > Erster Erhebungszeitpunkt: Frühling 2023

> Zentrales Forschungsziel

- > Selbst berichtete Gestaltung der frühen mathematischen Bildung im Zeitverlauf von 10 Jahren in Abhängigkeit zu Merkmalen der Lehrpersonen und des Kontextes

> Ergebnisse

- > Hier erste – noch unveröffentlichte – Ergebnisse aus Kohorte 2023 (bitte noch nicht weitergeben)



Gestaltungsmuster Frühe mathematische Bildung

Extrahierung von 5 Gestaltungsprofilen

Gestaltungsmuster	Beispiele von eingesetzten Materialien
Materialien Freispiel	Materialien zum Bauen, Kaufladen
Spiele und Spielmaterialien	Integriert in Spiel und Alltagssituation Knetmasse, Perlen, Plättchen, Naturmaterialien
Elektronisches Material	Apps, Beebot, Tablets
Schulnahe Materialien	Readiness for school Arbeitshefte, Lehrmittel, Abaco, Plättchen
Bilder und Bilderbücher	Bilder zum Zählen, Bilderbücher



Häufigkeit des Einsatzes bestimmter Gestaltungsmuster

Wie oft nutzen Sie ... für die frühe mathematische Bildung?

Materialnutzung	Selbst berichtete Häufigkeit des Einsatzes (1-6: sehr selten bis sehr oft), $N = 148$
Materialien Freispiel	$M = 4.46$, $SD = 0.90$
Spiele und Spielmaterialien	$M = 5.00$, $SD = 0.69$
Elektronisches Material	$M = 2.04$, $SD = 0.75$
Schulnahe Materialien	$M = 2.84$, $SD = 0.74$
Bilder und Bilderbücher	$M = 3.96$, $SD = 1.01$



2.

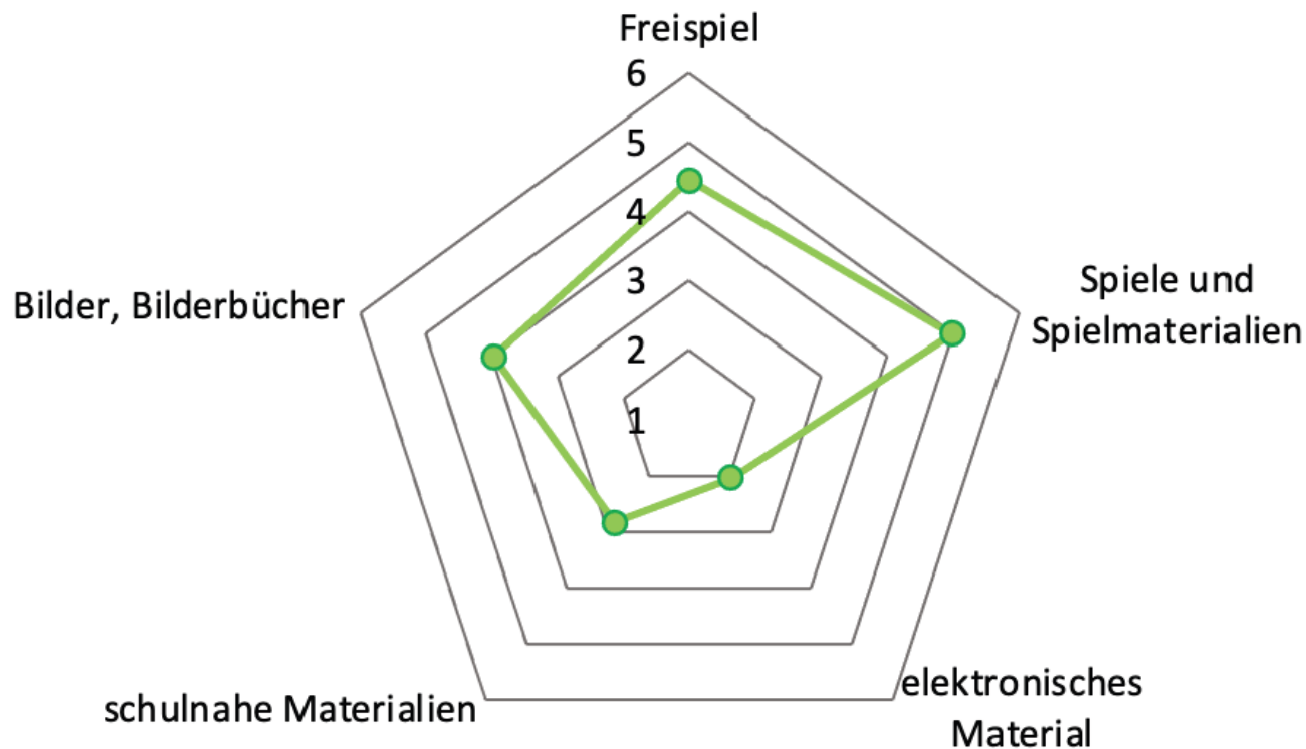
3.



Die fiktive durchschnittliche Kindergartenlehrperson im Thurgau

Gestaltung der frühen mathematischen Bildung

Mittelwerte der Häufigkeiten der Skalen



**Dominierende Sichtweise:
Integriert in Spiel und
Alltagsituation**






Ausblick



Bedeutung früher mathematischer Bildung

- > In Vorschulzeit erworbenes mathematische Vorwissen hat deutlicheren Einfluss auf Leistungen in Primarschule als z. B. Intelligenz
(z. B. Dornheim 2008)
- > Langzeitwirkung von Vorwissen im Hinblick auf kumulativen Wissensaufbau
(z. B. PISA-Studien; vgl. auch Benz et al., 2015)
- > Frühe fachdidaktische Diagnostik bzw. «handlungsleitende» Diagnostik (Wollring, 2006) und Prävention von Rechenstörungen
(z. B. Kaufmann & Wessolowski, 2015; Krajewski & Schneider, 2006; Moser Opitz, 2010)
- > Lustvoller und entspannter Zugang zum schulischen Mathematiklernen
- > Beitrag zu mehr Bildungsgerechtigkeit



- 
- Nächste Befragungen: Frühling 2025, 2027, 2029, 2031, 2033
 - Ziel: Veränderungen im Zeitverlauf?

Mathematisches Tun in der
Schuleingangsstufe (MaTiES)



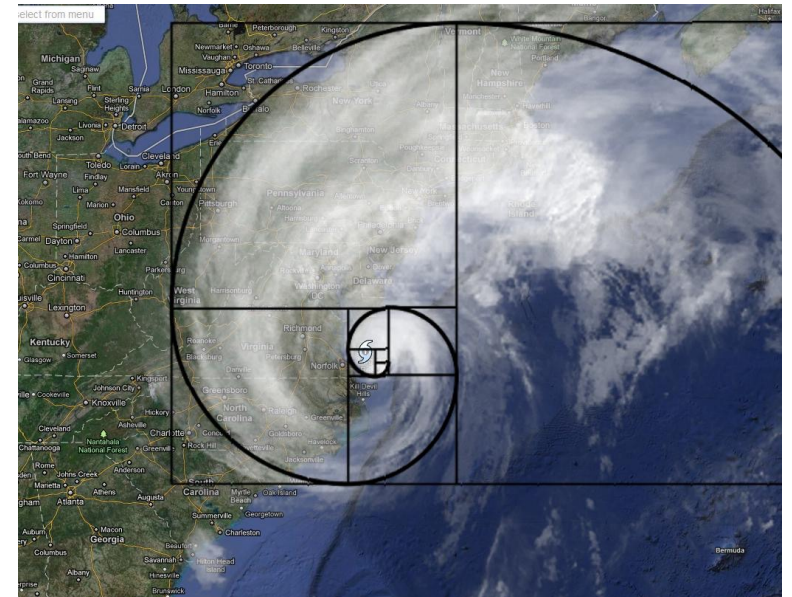
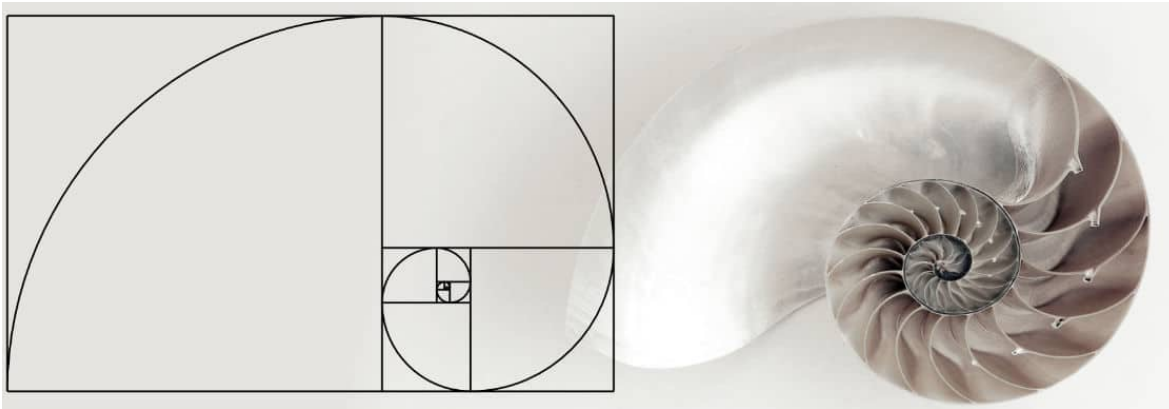
«Nicht alles, was gezählt werden kann, zählt!» (Albert Einstein)

- > Frühe mathematische Bildung zählt!
- > Frühe mathematische Bildung ist mehr als zählen!



Mathematik ist überall!

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!



Literatur

- > Amt für Volksschule des Kantons Thurgau. (2016). *Lehrplan Volksschule Thurgau. Mathematik*. Frauenfeld: Amt für Volksschule des Kantons Thurgau.
- > Benz, C., Peter-Koop, A., & Grüßing, M. (2015). *Frühe mathematische Bildung: Mathematiklernen der Drei- bis Achtjährigen*. Berlin: Springer Spektrum.
- > Björklund, C., & Palmer, H. (2022). Preschool teachers' ways of promoting mathematical learning in picture book reading. In S. Dunekacke, A. Jegodtka, T. Koinzer, K. Eilerts, & L. Jenssen (Hrsg.), *Early childhood teachers' professional competence in mathematics*. London: Routledge.
- > Brunner, E. (2018). *Mathematisches Argumentieren im Kindergarten fördern. Eine Handreichung*. Kreuzlingen: PHTG.
- > Brunner, E. (2019). Förderung mathematischen Argumentierens im Kindergarten: Erste Erkenntnisse aus einer Pilotstudie. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 40(2), 323–356. <https://doi.org/10.1007/s13138-019-00146-y>
- > Brunner, E. (2021). „Nein, das stimmt nicht, weil...“ Mathematisch argumentieren mit jungen Kindern: Wie soll das im Spannungsfeld von Instruktion und Konstruktion gehen? In A. Zaugg, P. Chiavaro Jörg, T. Dütsch, L. Amberg, K. Fasseing Heim, R. Lehner, ... E. Wannack (Hrsg.), *Individualisierung im Spannungsfeld von Instruktion und Konstruktion Kompetenzförderung durch spielbasiertes Lernen bei vier- bis achtjährigen Kindern*. (S. 35–50). Münster: Waxmann.
- > Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Georgiou, A. S. (2010). The role of pictures in picture books on children's cognitive engagement with mathematics. *European Early Childhood Education Research Journal*, 18(3), 125–147.
- > Gasteiger, H. (2012). Mathematics Education in Natural Learning Situations: Evaluation of a professional Development Program for Early Childhood Educators. In T. Y. Tso (Hrsg.), *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Bd. 2, S. 243–250). Taipei, Taiwan: PME.
- > Gasteiger, H. (2017). Frühe mathematische Bildung – sachgerecht, kindgemäß, anschlussfähig. In S. Schuler, C. Streit, & G. Wittmann (Hrsg.), *Perspektiven mathematischer Bildung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule* (S. 9–26). Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden. https://doi.org/10.1007/978-3-658-12950-7_2
- > Gasteiger, H., & Moeller, K. (2021). Fostering early numerical competencies by playing conventional board games. , 204, , . *Journal of Experimental Child Psychology*, 204(105060), 1–15.
- > Hauser, B., Rathgeb-Schnierer, E., Stebler, R., & Vogt, F. (Hrsg.). (2015). *Mehr ist mehr: Mathematische Frühförderung mit Regelspielen* (1. Auflage). Seelze: Klett/Kallmeyer.
- > Moser Opitz, E. (2010). Mathematik—(K)ein Inhalt für 4- bis 6-jährige Kinder?! In M. Leuchter (Hrsg.), *Didaktik für die ersten Bildungsjahre*. Zug: Klett und Balmer.
- > Spiegel, H., & Selzer, C. (2003). *Kinder & Mathematik. Was Erwachsene wissen sollten*. Seelze: Kallmeyer.
- > Stebler, R., Vogt, F., Wolf, I., Hauser, B., & Rechsteiner, K. (2013). Play-Based Mathematics in Kindergarten. A Video Analysis of Children's Mathematical Behaviour While Playing a Board Game in Small Groups. *JMD*, 34(2), 149–175.
- > van den Heuvel-Panhuizen, M., & van den Boogaard, S. (2008). Picture Books as an Impetus for Kindergartners' Mathematical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 341–373.
- > Wullschleger, A. (2017). *Individuell-adaptive Lernunterstützung im Kindergarten: Eine Videoanalyse zur spielintegrierten Förderung von Mengen-Zahlen-Kompetenzen*. Münster: Waxmann.

